

**Calculatrice interdite tout le long de ce test**

1) Détermine les coefficients de proportionnalité de ces deux tableaux :

|    |      |
|----|------|
| 4  | 9,1  |
| 28 | 63,7 |

Calculs pour justifier et phrase de conclusion :

$$\frac{28}{4} = 7 \text{ et } \frac{63,7}{9,1} = 7$$

2 divisions exactes ok : 2 points

Le coefficient de proportionnalité de ce tableau est donc 7.

Phrase correcte et précise : 1 point

|   |    |
|---|----|
| 5 | 20 |
| 8 | 32 |

Calculs pour justifier et phrase de conclusion :

$$\frac{8}{5} = \frac{2 \times 8}{2 \times 5} = \frac{16}{10} = 1,6 \quad \text{et} \quad \frac{32}{20} = \frac{2 \times 16}{2 \times 10} = \frac{16}{10} = 1,6$$

2 fractions simplifiées ok : 2 points

Le coefficient de proportionnalité de ce tableau est donc 1,6.

(la réponse  $\frac{8}{5}$  était correcte aussi car on peut simplifier  $\frac{32}{20}$  par  $\frac{8}{5}$ .)

Phrase correcte et précise : 1 point

2) Proportionnalité sans utiliser le coefficient de proportionnalité :

a) Complète le tableau de proportionnalité suivant sans utiliser le coefficient de proportionnalité et justifie tes réponses par des calculs appropriés soit avec des flèches autour du tableau, soit dans l'espace ci-dessous.

|    |    |     |     |     |
|----|----|-----|-----|-----|
| 7  | 14 | 280 | 2,1 | 294 |
| 11 | 22 | 440 | 3,3 | 462 |

Diagram showing multiplication factors between rows and columns:

- From 7 to 11:  $\times 2$  (blue arrow)
- From 14 to 22:  $\times 2$  (blue arrow)
- From 280 to 440:  $\times 20$  (green arrow)
- From 2,1 to 3,3:  $\times 20$  (green arrow)
- From 294 to 462:  $\times 20$  (green arrow)
- From 7 to 280:  $\times 0,3$  (purple arrow)
- From 11 to 440:  $\times 0,3$  (purple arrow)
- From 2,1 to 462:  $\times 0,3$  (purple arrow)

Chaque flèche avec multiplication correcte et précise ( $\times 2$  ;  $\times 20$  ;  $\times 0,3$ ) : 1 point

Chaque résultat correct (22 ; 440 ; 3,3 ; 462) : 1 point

Pour remplir la dernière colonne, je remarque pour les colonnes 2,3 et 5 :  
 $14 + 280 = 294$ , il faut donc additionner 22 et 440 pour obtenir finalement 462.

Explication correcte et précise : 1 point

b) Détermine les valeurs de  $x$  et  $y$  pour que les deux tableaux suivants soient des tableaux de proportionnalité. Tu utiliseras la méthode du produit en croix et détailleras tes calculs pour montrer que tu n'as pas utilisé la calculatrice:

|    |     |
|----|-----|
| 6  | 9   |
| 22 | $x$ |

|     |    |
|-----|----|
| $y$ | 12 |
| 49  | 14 |

$$x = \frac{22 \times 9}{6} = \frac{11 \times 2 \times 3 \times 3}{2 \times 3} = 33$$

$$y = \frac{12 \times 49}{14} = \frac{6 \times 2 \times 7 \times 7}{2 \times 7} = 42$$

Fraction correcte pour calculer  $x$  : 1 point

Simplification correcte et détaillée : 1 point

Résultat ok : 1 point

Fraction correcte pour calculer  $y$  : 1 point

Simplification correcte et détaillée : 1 point

Résultat ok : 1 point

3) Problème (toujours bien sûr sans calculatrice)

On suppose que Paul marche toujours à la même vitesse. Il a déjà parcouru en 6 minutes 324 mètres. Pour répondre aux questions, tu rempliras au fur et à mesure le tableau suivant :

|                              |     |       |     |     |
|------------------------------|-----|-------|-----|-----|
| Distance parcourue en mètres | 324 | 2 700 | $y$ | $z$ |
| Durée du trajet en minutes   | 6   | $x$   | 192 | 60  |

a) Complète le tableau avec les données de l'énoncé.

Choix de l'unité minute pour la 2<sup>ème</sup> ligne : 1 point

324 et 6 bien placés : 1 point

b) Combien de temps a-t-il marché pour faire 2,7 km.

$2,7 \text{ km} = 2\,700 \text{ m}$ , je peux placer 2 700 dans la première ligne du tableau et en dessous  $x$  la durée du trajet en minutes qui correspond à 2700 m.

Conversion des km en mètres : 1 point

Première méthode : avec le produit en croix :

$$x = \frac{6 \times 2\,700}{324} = \frac{3 \times 2 \times 2\,700}{3 \times 108} = \frac{2 \times 3 \times 900}{2 \times 54} = \frac{3 \times 9 \times 2 \times 50}{9 \times 6} = 50$$

Paul a marché 50 minutes pour parcourir 2,7 km.

Produit en croix + calcul ok sans utiliser la calculatrice: 1,5 point

Phrase correcte: 0,5 point

Deuxième méthode : avec le coefficient de proportionnalité du tableau :

Pour passer de la première ligne du tableau, à la deuxième, il faut multiplier chaque nombre par 6 et le diviser par 324, autrement dit multiplier chaque nombre par  $\frac{6}{324}$ .

$$\text{Or } \frac{6}{324} = \frac{6 \times 1}{6 \times 54} = \frac{1}{54}$$

On va donc pouvoir compléter le tableau grâce aux deux flèches que j'ai rajoutées au tableau :

|             |   |                              |     |       |     |    |   |                       |
|-------------|---|------------------------------|-----|-------|-----|----|---|-----------------------|
| $\times 54$ | ↻ | Distance parcourue en mètres | 324 | 2 700 | y   | z  | ↻ | $\times \frac{1}{54}$ |
|             |   | Durée du trajet en minutes   | 6   | x     | 192 | 60 |   |                       |

Coefficient de proportionnalité correct: 1 point

D'après le tableau, pour trouver x, il suffit de multiplier 2 700 par le coefficient de proportionnalité  $\frac{1}{54}$ .

$$x = 2\,700 \times \frac{1}{54} = \frac{9 \times 3 \times 2 \times 50}{9 \times 3 \times 2} = 50$$

Résultat ok sans utiliser la calculatrice : 1,5 point

Paul a marché 50 minutes pour parcourir 2,7 km.

Phrase correcte: 0,5 point

- c) Il s'arrête finalement au bout de 3h et 12 min. Quelle distance en km au total a-t-il parcourue ?

$$3h12min = 3 \times 60 \text{ min} + 12 \text{ min} = 180 \text{ min} + 12 \text{ min} = 192 \text{ min}$$

Conversion des heures et minutes en minutes : 0,5 point

Première méthode : avec le produit en croix :

$$y = \frac{324 \times 192}{6} = \frac{3 \times 2 \times 54 \times 192}{3 \times 2} = 54 \times 192 \text{ m}$$

or on a :

$$54 \times 192 = 50 \times 192 + 4 \times 192 = \frac{100}{2} \times 192 + 2 \times 384 = 9\,600 + 768 = 10\,368$$

Produit en croix + calcul ok sans utiliser la calculatrice: 1,5 point

Donc :

$$y = 10\,368 \text{ m} = 10,368 \text{ km}$$

Paul a parcouru 10 368 mètres soit 10,368 km en 3h et 12 min.

Conversion en km + phrase correcte: 1 point

Deuxième méthode : avec le coefficient de proportionnalité du tableau :

D'après le tableau, pour trouver y, il suffit de multiplier 192 par 54.

$$y = 54 \times 192 = 50 \times 192 + 4 \times 192 = \frac{100}{2} \times 192 + 2 \times 384 = 9\,600 + 768 = 10\,368$$

donc Paul a parcouru 10 368 mètres soit 10,368 km en 3h et 12 min.

y= 54x92 + calcul ok sans utiliser la calculatrice: 1,5 point

Conversion en km + phrase correcte: 1 point

d) Calcule sa vitesse en km/h.

Il suffit de calculer la distance parcourue en 60 minutes.

Conversion d'une heure en minutes en minutes : 0,5 point

Première méthode : avec le produit en croix :

$$z = \frac{324 \times 60}{6} = \frac{324 \times 6 \times 10}{6} = 3\,240 \text{ mètres} = 3,240 \text{ km}$$

Produit en croix + calcul ok sans utiliser la calculatrice: 1,5 point

La vitesse de Paul est égale à 3,24 km par heure.

Phrase correcte et précise : 1 point

Deuxième méthode : avec le coefficient de proportionnalité du tableau :

D'après le tableau, pour trouver z, il suffit de multiplier 60 par 54.

$$z = 60 \times 54 = 60 \times 50 + 60 \times 4 = 3\,000 + 240 = 3\,240 \text{ m} = 3,240 \text{ km}$$

La vitesse de Paul est égale à 3,24 km par heure.

Explication + calcul ok sans utiliser la calculatrice: 1,5 point

Phrase correcte et précise : 1 point

4) Pourcentages et fractions irréductibles

a) À quelle fraction comportant comme numérateur et dénominateur des nombres les plus petits possible est égal chacun des pourcentages suivants ? Tu justifieras ta réponse par des calculs détaillés.

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{25 \times 1}{25 \times 4} = \frac{1}{4}$$

Première étape dénominateur =100: 1 point

Simplification détaillée et résultat ok: 1 point

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{10 \times 1}{10 \times 10} = \frac{1}{10}$$

Simplification détaillée et résultat ok: 1 point

$$12,5\% = \frac{125}{1000} = \frac{25 \times 5 \times 1}{25 \times 4 \times 5 \times 2} = \frac{1}{8}$$

Première étape dénominateur =1 000: 1 point

Simplification détaillée et résultat ok: 1 point

$$80\% = \frac{80}{100} = \frac{20 \times 4}{20 \times 5} = \frac{4}{5}$$

Première étape dénominateur =100: 1 point

Simplification détaillée et résultat ok: 1 point

b) En déduire sans poser de multiplication ni utiliser la calculatrice :

$$80\% \text{ de } 15 = \frac{4}{5} \times 15 = \frac{15}{5} \times 4 = 3 \times 4 = 12$$

Multiplication de 15 par  $\frac{4}{5}$ : 1 point

Calcul ok sans utiliser la calculatrice: 1 point

$$12,5\% \text{ de } 168 = \frac{1}{8} \times 168 = \frac{168}{8} = 21$$

Multiplication de 168 par  $\frac{1}{8}$ : 1 point

Calcul ok sans utiliser la calculatrice: 1 point

5) Problème et pourcentages

Dans une classe de 30 élèves, il y a 40% de filles. 7 élèves viennent au collège à pied, 15 viennent en bus et le reste en voiture.

a) Calcule le nombre de filles et le nombre de garçons dans cette classe.

$$40\% \times 30 = \frac{40}{100} \times 30 = \frac{4 \times 10 \times 3 \times 10}{10 \times 10} = 12$$

$$30 - 12 = 18$$

Il y a 12 filles et 18 garçons dans cette classe.

Multiplication de 30  
par  $\frac{40}{100}$  : 0,5 point

Calcul 12 filles ok sans utiliser  
la calculatrice: 1 point

Calcul 18 garçons ok: 1 point

Phrase correcte et précise : 0,5 point

b) Calcule le pourcentage d'élèves qui vient au collège à pied, celui qui vient en bus et celui qui vient en voiture. Tu arrondiras les résultats au dixième près.

$$\frac{7}{30} \approx 0,233 \approx 23,3\%$$

Calcul de 7 divisé par 30: 0,5 point

Environ 23,3% des élèves viennent au collège à pied.

Phrase correcte et précise : 0,5 point

$$\begin{array}{r} 7 \phantom{00} \\ 30 \overline{) 700} \\ \underline{-60} \phantom{0} \\ 100 \\ \underline{-90} \phantom{0} \\ 100 \\ \underline{-90} \phantom{0} \\ 100 \\ \underline{-90} \phantom{0} \\ 100 \end{array}$$

Calcul ok sans utiliser la calculatrice: 1 point

$$\frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

50% des élèves viennent au collège en bus.

Résultat ok + phrase correcte et précise : 1 point

$$30 - (7 + 15) = 30 - 22 = 8$$

$$\frac{8}{30} \approx 0,266 \approx 26,6\%$$

Environ 26,6% des élèves viennent au collège en voiture.

Calcul de 8 divisé par 30: 0,5 point

Phrase correcte et précise : 0,5 point

$$\begin{array}{r} 8 \phantom{00} \\ 30 \overline{) 800} \\ \underline{-60} \phantom{0} \\ 200 \\ \underline{-180} \phantom{0} \\ 200 \\ \underline{-180} \phantom{0} \\ 200 \\ \underline{-180} \phantom{0} \\ 200 \end{array}$$

Calcul ok sans utiliser la calculatrice: 1 point