

1) Étude de tableaux

Ces deux tableaux sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Justifie ta réponse rigoureusement.

4	10	22	72
10	17,5	38,5	126

$$\frac{10}{4} = \frac{5 \times 2}{2 \times 2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$\frac{17,5}{10} = 1,75 \neq 2,5$$

Calculs détaillés et justes : 2 points

Ce tableau n'est donc pas un tableau de proportionnalité, il est impossible de déterminer un coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la première ligne à la deuxième par une multiplication.

Phrase correcte et précise : 2 points

6	30	36	24
11	55	66	44

$$\frac{55}{30} = \frac{5 \times 11}{5 \times 6} = \frac{11}{6}$$

$$\frac{66}{36} = \frac{6 \times 11}{6 \times 6} = \frac{11}{6}$$

$$\frac{44}{24} = \frac{4 \times 11}{4 \times 6} = \frac{11}{6}$$

Calculs détaillés et justes : 2 points

Si on multiplie les nombres de la première ligne du tableau par  $\frac{11}{6}$ , on obtient les nombres de la deuxième ligne. Ce tableau est donc un tableau de proportionnalité et son coefficient est  $\frac{11}{6}$ .

Phrase correcte et précise : 2 points

2) Masse volumique.

- a) Sachant que la masse volumique de l'eau de mer est égale à  $1050 \text{ kg/m}^3$ , quelle est la masse correspondant à  $1,2 \text{ L}$  d'eau de mer ?

Je sais que la masse volumique de l'eau de mer est égale à  $1050 \text{ kg/m}^3$ , cela veut dire qu'un mètre cube d'eau a une masse de  $1050 \text{ kg}$ .

$$\text{Or : } 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ L}$$

$$\text{Donc } 1,2 \text{ L} = 0,0012 \text{ m}^3 \text{ et la masse de } 1,2 \text{ L d'eau de mer est égale à } 0,0012 \times 1050 = 1,26 \text{ kg}$$

La masse correspondant à  $1,2 \text{ L}$  d'eau de mer est égale à  $1,26 \text{ kg}$ .

- b) Un objet en métal occupe un volume de  $32 \text{ cm}^3$  et a une masse de 285 g. Calcule la masse volumique de ce métal. Tu prendras comme unité le  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

$$32 \text{ cm}^3 = 32 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \quad \text{et} \quad 285 \text{ g} = 0,285 \text{ kg}$$

Conversions en  $\text{m}^3$  et en Kg : 1 point

La masse volumique d'un solide est égale au quotient de sa masse par son volume.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,285}{32 \times 10^{-6}} = \frac{285 \times 10^{-3} \times 10^6}{32} = \frac{285}{32} \times 10^3 = 8,90625 \times 10^3$$

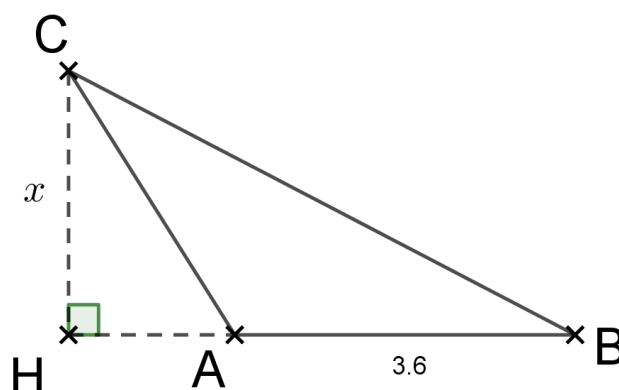
Calcul détaillé et juste : 2 points

La masse volumique de ce métal est donc égale à  $8,90625 \times 10^3$  c'est-à-dire à 8 906,25.

Phrase correcte et précise : 1 point

- 3) Fonction linéaire et proportionnalité.

Voici un triangle ABC dont la hauteur  $x$  varie. On a :  $AB = 3,6 \text{ cm}$  et  $CH = x \text{ cm}$



- a) On appelle  $f$  la fonction qui à tout nombre positif  $x$  associe le nombre  $f(x) = 1,8 \times x$ .  
Démontre que cette fonction permet de calculer l'aire du triangle ABC en fonction de  $x$ .

Pour calculer l'aire d'un triangle, j'utilise la formule :  $A_{\text{triangle}} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur associée}}{2}$

Formule de l'aire d'un triangle juste : 1 point

Comme la droite (CH) est perpendiculaire à la droite (AB), je peux choisir comme base le côté [AB] et sa hauteur associée le segment [CH]. On a donc :

$$A_{ABC} = \frac{AB \times CH}{2} = \frac{3,6 \times x}{2} = 1,8 x$$

Calcul détaillé et juste : 0,5 point

La fonction  $f$  qui à tout nombre positif  $x$  associe le nombre  $f(x) = 1,8 \times x$  permet donc de calculer l'aire du triangle ABC.

Phrase correcte et précise : 0,5 point

- b) À l'aide de la fonction  $f$ , calcule l'aire du triangle ABC quand  $x = 5 \text{ cm}$  et quand  $x = \frac{22}{9} \text{ cm}$ .

Pour  $x = 5$ ,  $f(5) = 1,8 \times 5 = 0,9 \times 2 \times 5 = 0,9 \times 10 = 9 \text{ cm}^2$

Calcul détaillé et juste : 1 point

Quand  $x = 5$ , l'aire du triangle ABC est égale à  $9 \text{ cm}^2$ .

Phrase correcte et précise 1 point

Pour  $x = \frac{22}{9}$ ,  $f\left(\frac{22}{9}\right) = 1,8 \times \frac{22}{9} = \frac{18}{10} \times \frac{22}{9} = \frac{9 \times 2 \times 22}{10 \times 9} = \frac{44}{10} = 4,4 \text{ cm}^2$

Calcul détaillé et juste : 1 point

Quand  $x = \frac{22}{9}$ , l'aire du triangle ABC est égale à  $4,4 \text{ cm}^2$ .

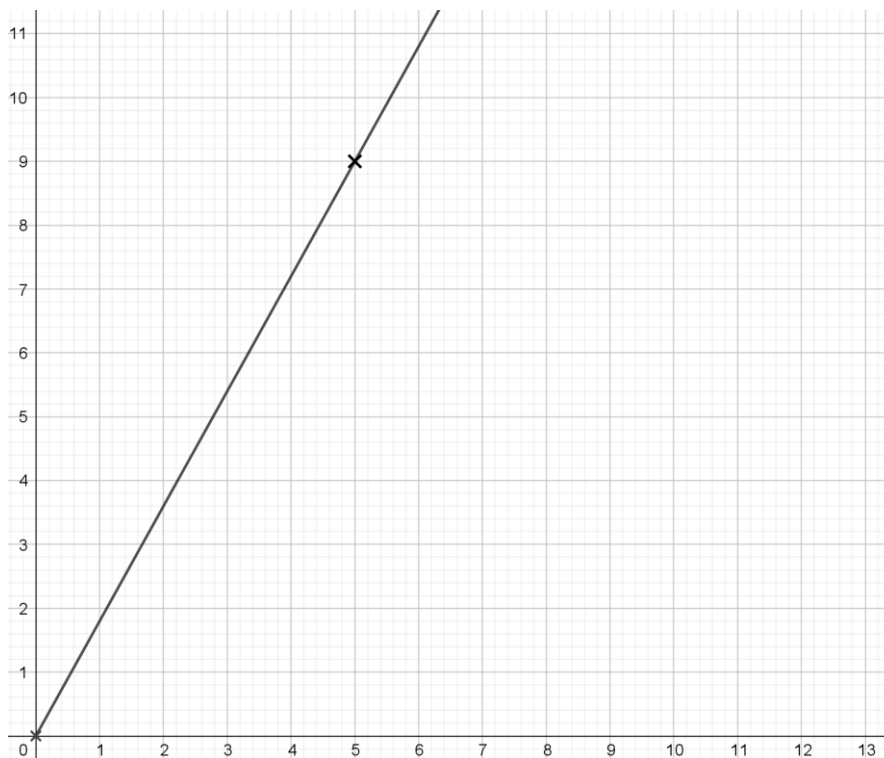
Phrase correcte et précise 1 point

- c) Pourquoi peut-on affirmer que l'aire du triangle ABC est proportionnelle à la longueur du segment [CH] ?

La fonction  $f$  qui permet de calculer l'aire du triangle ABC est une fonction **linéaire** car elle est de la forme  $f(x) = a \times x$  avec  $a = 1,8$  et  $x$  désignant la longueur du segment [CH]. Par conséquent, l'aire du triangle ABC est proportionnelle à la longueur [CH].

Phrase correcte et précise 2 points

- d) Trace la représentation graphique de  $f$  dans le repère ci-dessous en t'aidant de la question b).



Explications pour construire le graphique :

La fonction  $f$  est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère (le point de coordonnées (0 ; 0)).

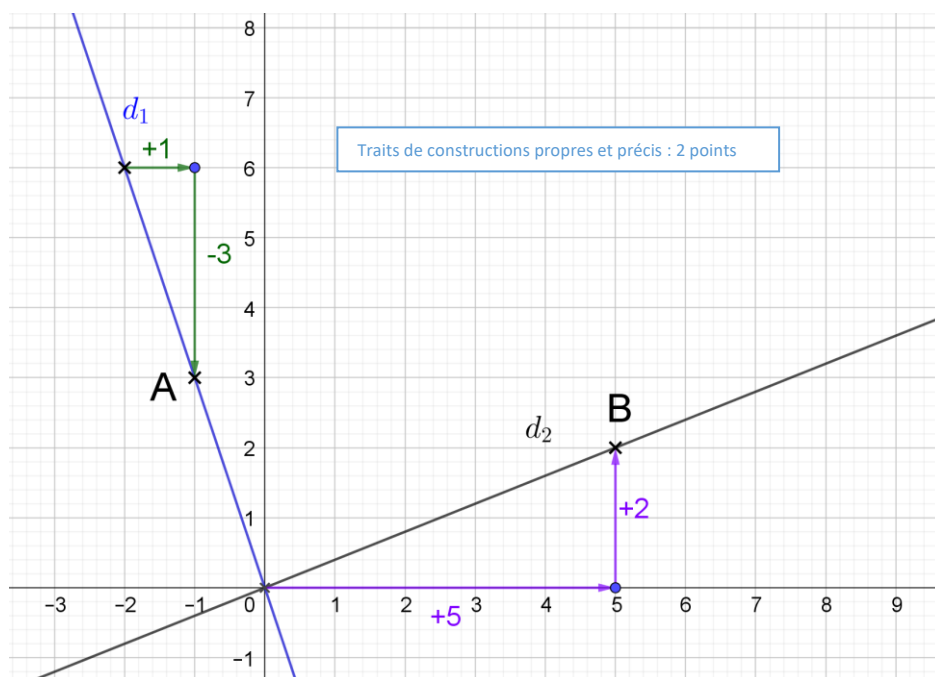
De plus, d'après la question b) je sais que  $f(5) = 9$  donc cette droite passe par le point de coordonnées (5 ; 9).

Explication rigoureuse et précise 2 points

Droite tracée à la règle passant par l'origine du repère et par le point (5 ; 9) : 2 points

4) Fonctions linéaires et lecture de sa représentation graphique

Voici ci-dessous les représentations graphiques  $d_1$  et  $d_2$  des fonctions respectives  $f$  et  $g$ .



- a) Pourquoi peut-on dire que  $f$  et  $g$  sont des fonctions linéaires ? Indique par une phrase l'image de  $-2$  par  $f$  et celle de  $5$  par  $g$ .

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont représentées par deux droites qui passent toutes les deux par l'origine du repère, ce qui veut dire que  $f$  et  $g$  sont des fonctions linéaires. L'image de  $-2$  par  $f$  est  $6$  ; l'image de  $5$  par  $g$  est  $2$ .

Phrase correcte et précise 1 point

Explication rigoureuse et précise 2 points

- b) Détermine en détaillant ton raisonnement et en laissant les traits de construction graphique les coefficients directeurs correspondant aux fonctions  $f$  et  $g$ .

/ 3 points

Pour la fonction  $f$  :

Quand je me déplace d'une unité vers la droite, je me déplace alors de 3 unités vers le bas (j'ai donc un déplacement négatif vertical égal à  $-3$ ), ce qui veut dire que le coefficient directeur de  $f$  est égal à  $-3$ .

Explication rigoureuse et précise 1 point

Pour la fonction  $g$  :

Quand je me déplace de 5 unités vers la droite, je me déplace alors de 2 unités vers le haut (j'ai donc un déplacement positif vertical), en respectant les proportions, cela veut dire que pour un déplacement horizontal d'une unité vers la droite, j'ai un déplacement vertical de  $\frac{2}{5}$  vers le haut. Le coefficient directeur de  $g$  est donc égal à  $\frac{2}{5}$ .

Explication rigoureuse et précise 1 point

Autre méthode, on utilise la formule coeff dir =  $\frac{y_M}{x_M}$  pour tout point  $M$  de la droite représentative de la fonction linéaire:

Pour  $f$ , on utilise par exemple le point  $A$  et on obtient :  $\frac{3}{-1} = -3$

Pour  $g$ , on utilise par exemple le point  $B$  et on obtient :  $\frac{2}{5}$

5) Statistiques

Lors d'un concours de fléchettes, les concurrents ont rassemblé leurs scores dans le tableau suivant.

Points obtenus	0	5	10	15	20	25	30
Effectifs	3	6	14	25	18	9	5

a) Calcule l'effectif total de cette série statistique.

Résultat détaillé ok : 1,5 point

$3 + 6 + 14 + 25 + 18 + 9 + 5 = 6 + 14 + 25 + 5 + 3 + 18 + 9 = 20 + 30 + 21 + 9 = 80$   
L'effectif total de cette série statistique est égal à 80.

Phrase correcte et précise : 0,5 point

b) Calcule la moyenne de cette série statistique.

$$\text{moyenne} = \frac{3 \times 0 + 6 \times 5 + 14 \times 10 + 25 \times 15 + 18 \times 20 + 9 \times 25 + 5 \times 30}{80} = \frac{1280}{80} = 16$$

Résultat détaillé ok : 1,5 point

La moyenne de cette série est égale à 16.

Phrase correcte et précise : 0,5 point

c) Quel est le mode de cette série statistique ? Calcule aussi l'étendue de cette série.

Le mode de cette série statistique est 15 car c'est pour cette valeur que l'on a le plus gros effectif atteint.

Phrase correcte et précise : 1,5 point

$30 - 0 = 30$ . L'étendue de cette série est égale à 30.

Calcul correct et phrase précise : 1,5 point

d) Calcule la médiane de cette série.

Il y a 80 valeurs dans cette série, on cherche la 40<sup>ème</sup> valeur et la 41<sup>ème</sup> valeur.

$3 + 6 + 14 = 23$  et  $3 + 6 + 14 + 25 = 48$

Entre le 24<sup>ème</sup> candidat et le 48<sup>ème</sup> candidat, tous les scores sont égaux à 15 donc la 40<sup>ème</sup> et la 41<sup>ème</sup> valeur sont égales à 15. Par conséquent, la médiane est aussi égale à 15.

e) Quelle est la fréquence des scores supérieurs ou égaux à 20 points ?

Explication rigoureuse et précise 2 points

$$18 + 9 + 5 = 32$$

Il y a 32 valeurs supérieures ou égales à 20 points sur 80 valeurs au total.

$$\frac{32}{80} = \frac{4}{10} = 0,4 = 40\%$$

Résultat détaillé ok : 1,5 point

Il y a 40% de valeurs supérieures ou égales à 20 points

Phrase correcte et précise : 0,5 point

f) Comment varient la moyenne et la médiane de cette série si l'on imagine que les personnes qui avaient 0 point ont droit à une seconde chance et que finalement elles gagnent 10 points. Justifie ta réponse par des calculs.

Calcul de la moyenne avec les nouvelles données :

Résultat détaillé ok : 1,5 point

$$\text{moyenne} = \frac{3 \times 10 + 6 \times 5 + 14 \times 10 + 25 \times 15 + 18 \times 20 + 9 \times 25 + 5 \times 30}{80} = \frac{1310}{80} = 16,375$$

La moyenne augmente avec ces nouvelles données.

Phrase correcte et précise : 0,5 point

Calcul de la médiane avec les nouvelles données :

Le fait que les premiers candidats aient dit points au lieu de 0 ne change pas le fait que les 40<sup>ème</sup> valeur et 41<sup>ème</sup> valeur soient égales à 15 donc la médiane est toujours égale à 15 même dans ce nouveau contexte.

Explication rigoureuse et précise 1 point