Pour chaque démonstration, l'élève utilisera la syntaxe « Je sais que…, or…, donc »

1) Théorème de Pythagore

a) TRI est un triangle rectangle en T avec $RT = 6\ cm\ et\ RI = 9\ cm$. Fais un schéma à main levée. Calcule en soignant particulièrement la rédaction la longueur du côté [TI]. Tu donneras la valeur exacte puis la valeur approchée au *mm* près du résultat.

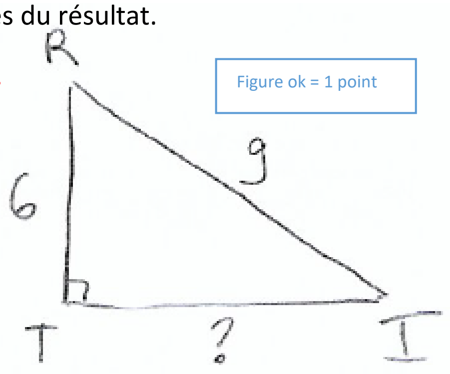


Figure ok = 1 point

Je sais que TRI est un triangle rectangle en T. L'hypoténuse est le côté [RI].

Je sais que $TR = 6\ cm$ et que $RI = 9\ cm$

Hypothèses ok = 1 point

En appliquant le théorème de Pythagore, on peut écrire :

$RI^2 = RT^2 + TI^2$

$RI^2 = RT^2 + TI^2$ ok = 1 point

$9^2 = 6^2 + TI^2$

$81 = 36 + TI^2$

$TI^2 = 81 - 36$

$TI^2 = 45$ TI est une longueur de segment donc $TI > 0$

$TI = \sqrt{45}$

Valeur exacte ok = 0,5 point

$TI \approx 6{,}7\ cm$

Valeur approchée ok = 0,5 point

La valeur exacte de la longueur du segment [TI] est $\sqrt{45}\ cm$
Sa valeur approchée au millimètre près est 6,7 cm.

Unité ok = 0,5 point

Phrase de conclusion = 0,5 point

b) FEU est un triangle tel que $EF = 11\ cm$, $FU = 6\ cm$ et $EU = 9\ cm$.
Détermine de façon rigoureuse si FEU est un triangle rectangle.

Je sais que $EF = 11\ cm$

$FU = 6\ cm$

$EU = 9\ cm$

Le plus long côté de ce triangle est le segment [EF].

Hypothèses ok = 1 point

Je calcule :

Calcul en deux parties séparées = 1 point

EF^2	$FU^2 + EU^2$
$= 11^2$	$= 6^2 + 9^2$
$= 121$	$= 36 + 81$
	$= 117$

On a $121 \neq 117$ donc $EF^2 \neq FU^2 + EU^2$

Théorème utilisé ok = 1 point

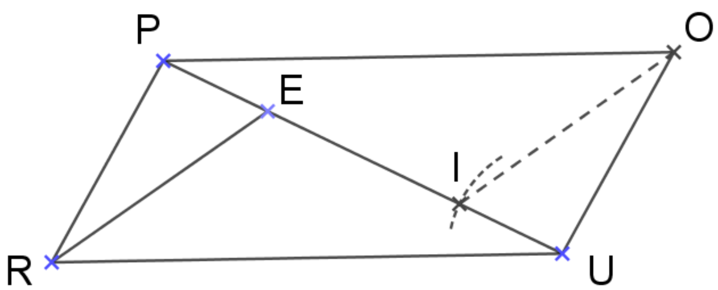
(On comptera juste si l'élève a écrit « réciproque du théorème de Pythagore »)

D'après la contraposée du théorème de Pythagore,

FEU n'est pas un triangle rectangle.

Phrase de conclusion ok = 1 point

2) Démonstrations



POUR est un parallélogramme. On a : $RP = 5\ cm \quad PU = 9{,}7\ cm \quad et \quad PO = 11\ cm$

E est un point du segment [PU] tel que $RE = 5{,}8\ cm$. La figure n'est volontairement pas tracée à l'échelle 😉.

a) I est l'image de U par la translation qui transforme E en P. Complète le texte ci-dessous puis construis le point I avec le compas.

[EU] ou [PU] avec les crochets = 1 point

Le point I est sur le segment [EU] et on a $UI = EP$

EP sans crochets ni parenthèses = 1 point

Tracé du point I ok = 1 point

b) Démontre que $RP = UO$.

Je sais que POUR est un parallélogramme.
Les côtés opposés de ce parallélogramme sont d'une part [PR] et [OU] ; et d'autre part [PO] et [RU].

Hypothèses ok = 1 point

Or, un parallélogramme a ses côtés opposés parallèles et de même longueur.

Propriétés ok = 1 point

Donc $RP = UO$

Conclusion ok = 1 point

c) Démontre que $\widehat{RPE} = \widehat{IUO}$

Je sais que POUR est un parallélogramme.
Les côtés opposés de ce parallélogramme sont d'une part [PR] et [OU] ; et d'autre part [PO] et [RU].

Hypothèses ok = 0,5 point

Or, un parallélogramme a ses côtés opposés parallèles et de même longueur.

Propriétés ok = 0,5 point

Donc (PR)//(OU).

Conclusion ok = 0,5 point

Hypothèses ok = 0,5 point

$\widehat{RPU}$ et $\widehat{IUO}$ sont des angles alternes-internes définis par (PU) qui coupe les droites (PR) et (OU).

Or, des angles alternes-internes définis par une sécante et deux parallèles ont la même mesure.

Propriétés ok = 0,5 point

Donc $\widehat{RPU} = \widehat{IUO}$

Conclusion ok = 0,5 point

d) Démontre que les triangles PRE et OUI sont des triangles égaux.

Je sais que $\widehat{RPU} = \widehat{IUO}$ (question c)
Et que $PR = OU$ (question b)
Et enfin que $PE = IU$ (question a)

Hypothèses ok = 1 point

Or, si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, alors ce sont des triangles égaux.

Propriétés ok = 1 point

Donc PRE et OUI sont des triangles égaux.

Conclusion ok = 1 point

e) En déduire la longueur du segment [IO].

Je sais que PRE et OUI sont des triangles égaux.

Je sais aussi, que dans PRE, $PR = 5\ cm$ et $RE = 5{,}8\ cm$; et dans OUI, $OU = 5\ cm$.

De plus, $PE = IU$

Hypothèses ok = 1 point

Or, si deux triangles sont égaux, alors leurs trois côtés sont égaux deux à deux.

Propriétés ok = 1 point

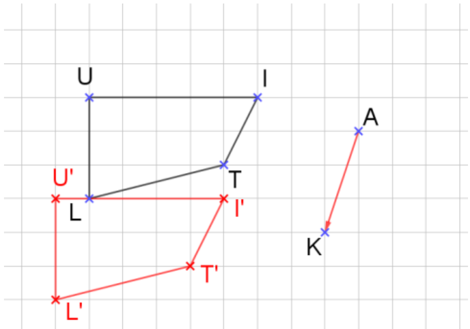
J'ai ici $PE = IU$ et $PR = OU$

Donc $RE = IO = 5{,}8\ cm$

La longueur du segment [IO] est de 5,8 cm.

Conclusion ok = 1 point

3) Translation - Construis l'image du quadrilatère LUIT par la translation qui transforme A en K.



Résultat ok = 3 points

4) Rotation - Construis l'image C'L'E' du triangle CLE par la rotation de centre O d'angle 110° dans le sens horaire.

sens horaire

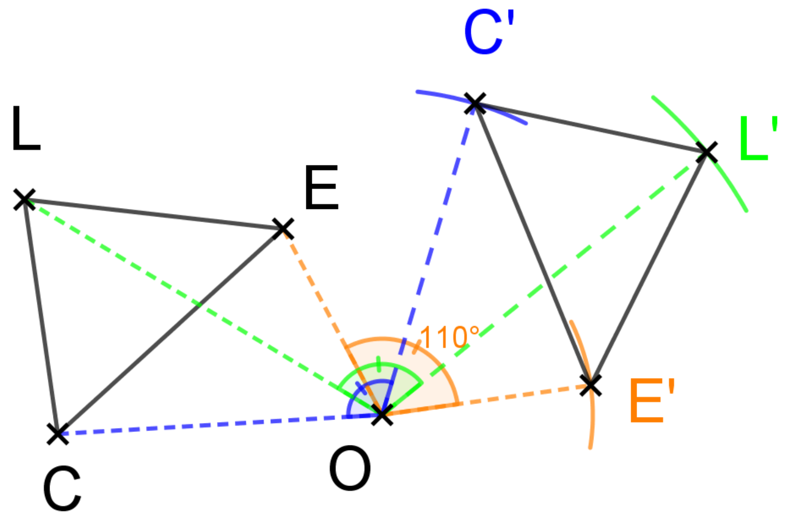
Sens horaire respecté = 1 point

Utilisation du compas pour tracer les 3 points ok = 1 point

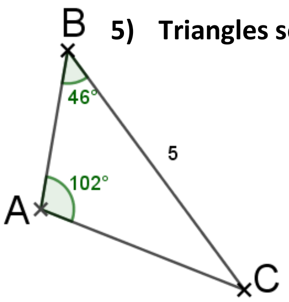
Utilisation du rapporteur et angle 110° 'précis = 1 point

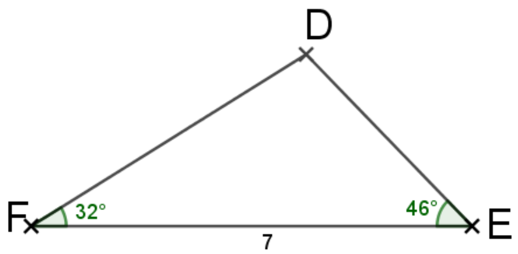
Soin de la figure = 1 point

Triangle L'E'C' tracé = 1 point



5) Triangles semblables





a) Démontre rigoureusement que les triangles ABC et DEF sont des triangles semblables.

Je sais que $\widehat{ABC} = 46°$ et que $\widehat{BAC} = 102°$
Or, dans un triangle, la somme des mesures des angles est de 180°

Hypothèses ok = 0,5 point

Propriété ok = 1 point

Donc $\widehat{BCA} = 180 - \left(\widehat{ABC} + \widehat{BAC}\right) = 180 - (46 + 102) = 180 - 148 = 32°$

Calcul de $\widehat{BCA}$ ok = 1 point

Remarque : on aurait pu calculer $\widehat{FDE} = 102°$ plutôt que $\widehat{BCA}$

Je sais que dans ABC :
$\widehat{ABC} = 46°$, $\widehat{BCA} = 32°$ et $\widehat{BAC} = 102°$

Je sais que dans DEF :
$\widehat{DEF} = 46°$, $\widehat{DFE} = 32°$

Hypothèses ok = 1 point

Or, si deux angles d'un triangle ont la même mesure que deux angles d'un autre triangle alors ces deux triangles sont semblables.

Propriété ok = 1 point

Donc les triangles ABC et DEF sont semblables.

Conclusion ok = 0,5 point

b) Complète le texte :

Les triangles ABC et DEF sont semblables. Le côté homologue au côté [BC] est le côté [FE].

Résultat ok = 0,5 point

Le triangle DEF est un agrandissement du triangle ABC. Le coefficient d'agrandissement est

Résultat ok = 0,5 point

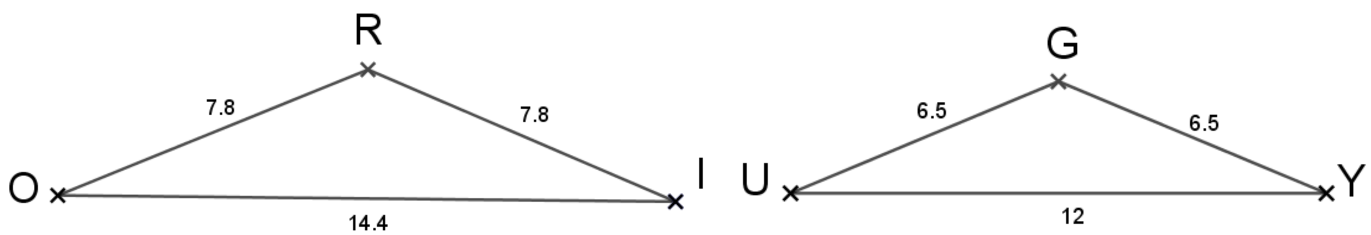
égal à $\frac{7}{5}$. C'est un nombre supérieur à 1.

Résultat ok = 0,5 point

Pour calculer l'aire du triangle DEF à partir de l'aire du triangle ABC, il suffit de multiplier l'aire du triangle ABC par $(\frac{7}{5})^2 = \frac{49}{25}$

Résultat ok = 0,5 point

c) Les triangles ROI et GUY sont-ils semblables ?



Je sais que $RO = 7{,}8$, $RI = 7{,}8$ et $OI = 14{,}4$.

Hypothèses ok = 0,5 point

Je sais que $UG = 6{,}5$, $GY = 6{,}5$ et $UY = 12$

De plus, $\frac{7{,}8}{6{,}5} = \frac{78}{65} = \frac{13\times6}{13\times5} = \frac{6}{5}$ et $\frac{14{,}4}{12} = \frac{144}{120} = \frac{24\times6}{24\times5} = \frac{6}{5}$

Comparaison de $\frac{7{,}8}{6{,}5}$ et de $\frac{14{,}4}{12}$ en deux calculs séparés ok = 1 point

Donc $\frac{RO}{GU} = \frac{RI}{GY} = \frac{OI}{UY}$

$\frac{RO}{GU} = \frac{RI}{GY} = \frac{OI}{UY}$ = 0,5 point

Remarque : on aurait pu calculer $\frac{6{,}5}{7{,}8}$ et $\frac{12}{14{,}4}$ plutôt que $\frac{7{,}8}{6{,}5}$ et $\frac{14{,}4}{12}$

Or, si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles alors ces triangles sont semblables.

Propriété ok = 1 point

Donc ROI et GUY sont des triangles semblables.

Conclusion ok = 1 point

6) Géométrie dans l'espace

a) Calcule le volume d'un cône dont la base est un disque de rayon 5 cm et qui a pour hauteur 7 cm. Tu arrondiras le résultat au dixième de cm³.

Je calcule le volume de ce cône :

$$V = \frac{1}{3} \times aire\ de\ la\ base \times h$$

Formule de calcul ok = 1 point

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times R \times R \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 7 = \frac{1}{3} \times \pi \times 175$$

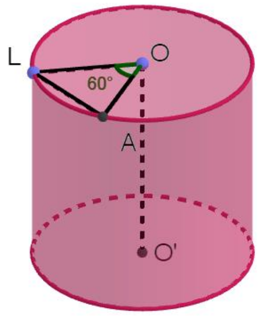
Résultat ok = 1 point

$$V \approx 183,3\ cm^3$$

Le volume de ce cône est d'environ 183,3 cm^3.

Unité et arrondi ok = 1 point

Voici un cylindre dont les bases sont des disques de centre O et O' de rayon 3 cm et dont la hauteur est égale à 6 cm. Les points L et A appartiennent au cercle de centre O, de rayon 3 cm et on a $\widehat{LOA} = 60°$.



b) Quelle est la section de ce cylindre par le plan passant par les points L et A et qui est parallèle à l'axe du cylindre (OO') ? (pas de justification demandée)

La section du cylindre par le plan passant par les points L et A et qui est parallèle à l'axe du cylindre (OO') est un rectangle de longueur 6 cm et de largeur LA.

Résultat « rectangle » ok = 1 point

c) Détermine avec rigueur la longueur du segment [LA] puis dessine en vraie grandeur la section de la question b).

Dans le triangle LOA, je sais que $\widehat{LOA} = 60°$.

Je sais aussi que L et A sont deux points du cercle de centre O et de rayon 3 cm,

donc $LO = OA = 3\ cm$ et le triangle LOA est isocèle en O.

Étape intermédiaire LOA est isocèle en O = 0,5 point

Or, dans un triangle, la somme des mesures des angles vaut 180° ; et dans un triangle isocèle, les angles à la base ont la même mesure.

Donc $\widehat{LAO} = \widehat{OLA} = \frac{180-60}{2} = \frac{120}{2} = 60°$

J'en déduis que $\widehat{LAO} = \widehat{OLA} = \widehat{LOA} = 60°$

Étape intermédiaire $\widehat{LOA} = 60°$ok = 0,5 point

Or, un triangle qui a ses trois angles qui mesurent 60° est un triangle équilatéral.

Donc LAO est un triangle équilatéral.

Étape intermédiaire LOA est équilatéral = 0,5 point

J'en déduis que $LA = AO = LO = 3\ cm$

Conclusion : la longueur du segment [LA] est de 3 cm.

Résultat ok = 0,5 point

Je trace un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 3 cm :

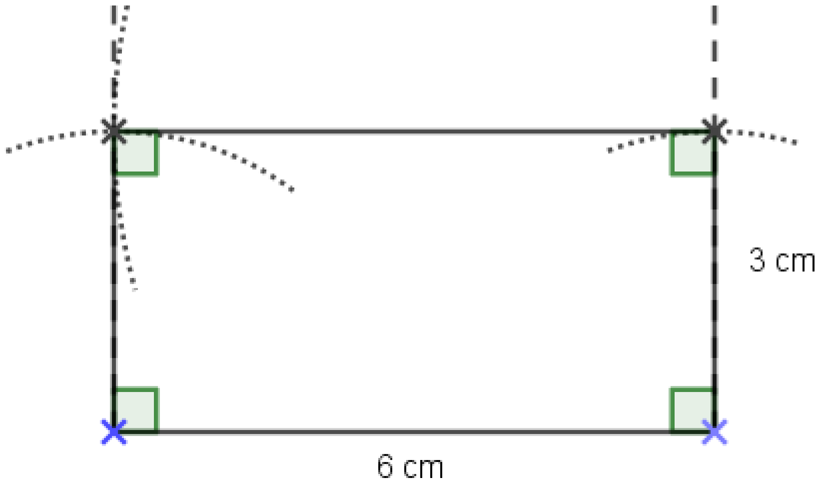


Figure ok = 1 point